

Darstellen, Modellbilden

1 Darstellen, Modellbilden – eine Einführung

Mathematik ist ein universelles Verständigungsmittel unserer modernen Gesellschaft geworden. Mit Hilfe der Mathematik ist es auch möglich die Welt, in der wir leben, zu strukturieren, zu ordnen und gegebenenfalls zu gestalten. Im Standards-Modell Version 4/07 (S. 7) kann man dazu lesen: „Mathematik ist also sowohl Erkenntnis- als auch Konstruktionsmittel.“ Die Mathematik wird durch ihre Verfahren zur Lösung von Problemen unserer Umwelt in einem zeitgemäßen Verständnis zu einer Denktechnologie (vgl. Siller 2008).

1.1 Darstellen, Modellbilden aus Sicht der Bildungsstandards

Konsequenter Weise heißt das: Entwickelt man Bildungsstandards für das Unterrichtsfach Mathematik, so ist es notwendig, die Vielfalt der Sichtweisen auf die Mathematik zu berücksichtigen und in einem Standards-Konzept zu implementieren. Daher dürfen nicht nur operative Aspekte der Mathematik bedacht werden, sondern es müssen konstruktive und kommunikative Elemente hinzutreten. Also ist es unbedingt notwendig, Aspekte der Modellbildung und des Darstellens von Sachverhalten in ein solches Standards-Modell einzubauen. Verbunden ist damit eine stärkere Einbindung möglicher Problemstellungen von realen Alltagssituationen bzw. der Lebenswelt der Schüler(innen). Im Standards-Modell Version 4/07 (S. 7) liest man dazu: „Problemstellungen und -lösungen müssen nicht notwendigerweise unverändert realen (Alltags-)Situationen bzw. den lebensweltlichen Erfahrungen der S&S entnommen werden, entsprechende Bezüge sollten aber herstellbar sein.“

Durch diese Forderungen wird eine „Neue Aufgabenkultur“ nicht nur gefördert, sondern auch gefordert (vgl. Fuchs & Blum 2008, S. 142):

„... An Aufgaben kann (man erkennen)...

- welche Ausgangsprobleme zur Lösung angestanden sind (vgl. Problem verstehen),
- welche Lösungswege es schon gibt ...? (Prozess des Konstruierens),
- welche Voraussetzungen für bestimmte Lösungswege (notwendig) sind (Strukturieren, allenfalls Vereinfachen im Sinne von Konzentrieren auf das Wesentliche), ...“

Die Idee der Modellbildung ist als zentrales Organisationsprinzip klar erkennbar und wird in unterschiedlichen Komplexitätsniveaus angesprochen. Realisiert ist diese Berücksichtigung des Anspruchsniveaus als dritte Dimension im Standards-Kubus.

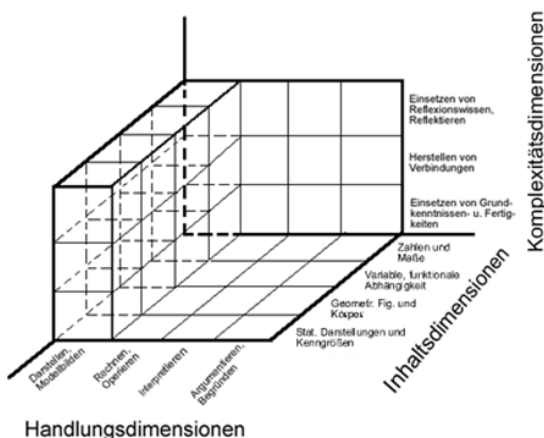


Abbildung 1: Standards Modell

Aus dem dargestellten Standards-Modell (Abb. 1) wird auch offensichtlich, dass die Handlungsdimension „Darstellen, Modellieren“ mit allen Inhaltsdimensionen verknüpft werden muss.

Im Standards-Konzept Version 4/07 (S. 11) kann man dazu lesen:

„Darstellen meint die Übertragung gegebener mathematischer Sachverhalte in eine (andere) mathematische Repräsentation bzw. Repräsentationsform.

Modellbilden erfordert über das Darstellen hinaus, in einem gegebenen Sachverhalt die relevanten mathematischen Beziehungen zu erkennen (um diese dann in mathematischer Form darzustellen), allenfalls Annahmen zu treffen, Vereinfachungen bzw. Idealisierungen vorzunehmen u. Ä.“

Wichtig dabei ist, dass exemplarisch typische Tätigkeiten dieser Handlungsdimension angeführt werden. Dadurch erreicht man einerseits eine Einengung der sehr weit gefassten Begriffe „Darstellen“ bzw. „Modellbilden“, andererseits hilft diese Aufzählung charakteristischer Tätigkeiten, dass der Begriff für interessierte Personen fassbarer und vorstellbarer wird. Diese charakteristischen Tätigkeiten beim Modellieren im Standards-Konzept (S. 11) werden noch präzisiert:

„Charakteristische Tätigkeiten sind z. B.:

- alltagssprachliche Formulierungen in die Sprache/Darstellung der Mathematik übersetzen
- einen gegebenen mathematischen Sachverhalt in eine andere Darstellungsform (tabellarisch, grafisch, symbolisch/Rechnersyntax) übertragen; zwischen Darstellungen oder Darstellungsformen wechseln
- Zeichnungen (mit Lineal oder Freihandskizze) einfacher geometrischer Figuren und Körper anfertigen
- problemrelevante mathematische Zusammenhänge identifizieren und mathematisch darstellen
- geeignete mathematische Mittel (Begriffe, Modelle, Darstellungsformen, Technologien) und Lösungswege auswählen
- aus bekannten (z. B. auch elektronisch verfügbaren) mathematischen Modellen neue Modelle entwickeln (modulares Arbeiten)“

Die genannten Tätigkeiten besitzen überdies eine große Nähe zu den Strategien des Vereinfachens und Idealisierens in Bender und Schreibers *Prinzip einer Operativen Begriffsbildung* 1985. Auch die operative Begriffsbildung muss bei der Herstellung einfacher Modelle beginnen, wobei das in diesem Prozess notwendige Absehen von Eigenschaften, also die Ideation, einen wesentlichen Schritt darstellt.

Weil der im Standards-Konzept verwendete „Modellbildungs-Begriff“ durch seine Symbiose mit der Technik des Darstellens ein sehr enger und eingeschränkter ist, bedarf es weiterer Erläuterungen.

1.2 Zur Genese des Modellierungsbegriffs

Einer der in den letzten Jahrzehnten am meisten diskutierte Begriff in der mathematischen Fachdidaktik ist jener der „Modellbildung“ bzw. des „Modellierens“. Den wohl ersten Modellierungszyklus in der Literatur hat bereits Pollak 1977 beschrieben. Im Wesentlichen verstand er unter dem Begriff das Lösen eines Real-Problems durch Übersetzung in die Mathematik. Die Diskussion über das „Modellbilden“ war somit eröffnet. Viele weitere Fachdidaktiker aus Mathematik haben sich diesem Begriff gewidmet – Müller & Wittmann 1984; Fischer & Malle 1985; Schupp 1987, Blum & Leiß 2007.

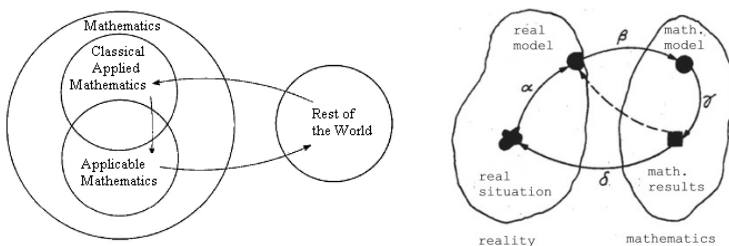


Abbildung 2: Vorläufer des Modellbildungszyklus (links: Pollak, rechts: Blum)

Aus diesen Entwicklungen rund um die Diskussion des Modellbildungsbegriffes ist der Modellbildungskreislauf von Blum 1985 (vgl. Blum 1985, S. 200) entstanden. Man könnte ihn auch als Prototype eines Modellierungskonzepts bezeichnen. In weiteren Diskussionen rund um den Modellbildungs-Begriff wurde immer wieder auf diesen Kreislauf zurückgegriffen, und auch heutzutage wird er als Grundlage bei Diskussionen rund um den Modellbildungs-Begriff verwendet. Da der Fokus fachdidaktischer Forschung sich auf die Nachhaltigkeit des Lernprozesses sowie auf Fähigkeiten zum

Transfer und zur Analogiebildung liegt, behaupten wir, dass kognitive Aspekte in der Modellbildung in der derzeitigen Diskussion im Mittelpunkt stehen:

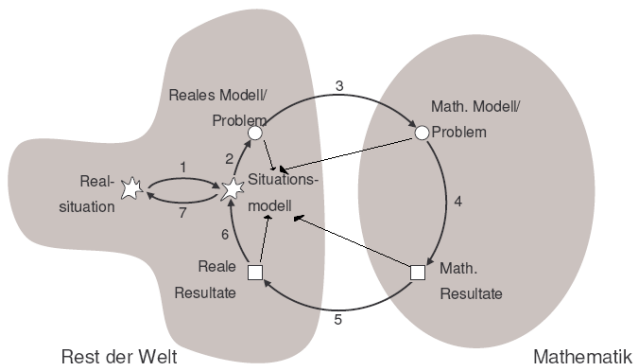


Abbildung 3: Modellbildungskreislauf nach Blum & Leiß (bearbeitet: Siller)

Der Begriff „Modellbilden“ wurde aber auch unter dem Aspekt einer fundamentalen Idee der Mathematik diskutiert. Humenberger und Reichel (vgl. Humenberger & Reichel 1995, S. 22) zitieren beispielsweise Keener: „Solving a problem one begins by constructing a mathematical model which captures the essential features of the problem without making its content with overwhelming detail. Then comes the analysis of the model where every possible tool is tried and some new tools are developed. Finally one must interpret these results with real world facts. Sometimes this comparison is quite satisfactory, but most often one discovers that important features of the problem are not adequately accounted for, and the process begins again.“

Verwendet man die Behelfsdefinition von Schweiger zu fundamentalen Ideen, so wird offensichtlich, dass man „Modellbilden“ als eine fundamentale Idee der (angewandten) Mathematik sehen kann, denn (vgl. Schweiger 1992, S. 207):

„Eine fundamentale Idee ist ein Bündel von Handlungen, Strategien oder Techniken, die

1. in der historischen Entwicklung der Mathematik aufzeigbar sind
2. tragfähig erscheinen, curriculare Entwürfe vertikal zu gliedern,

3. als Ideen zur Frage, was ist Mathematik überhaupt, zum Sprechen über Mathematik, geeignet erscheinen,
4. den mathematischen Unterricht beweglicher und zugleich durchsichtiger machen können,
5. in Sprache und Denken des Alltags einen korrespondierenden sprachlichen oder handlungsmäßigen Archetyp besitzen.“

Bereits in der Einleitung zu 1.2 haben wir angedeutet, welche Rolle der Modellierungsbegriff auch in der historischen Entwicklung der Fachdidaktik spielte.

Die Charakterisierung bei Humenberger und Reichel macht deutlich wie bedeutsam das Sprechen über Mathematik etwa beim Interpretieren von realen Gegebenheiten im Modellierungsprozess wird und damit auch die Sprache sowie ein rational begründetes Denken im Alltag beeinflusst.

Dass schließlich Modellbilden im allgemein bildenden Unterricht eine tragfähige Strategie darstellt, um das Curriculum zu strukturieren, kann man im österreichischen AHS-Lehrplan, sowohl in der Unterstufe, als auch in der Oberstufe nachlesen:

Aus der Bildungs- und Lehraufgabe (Mathematik LP – Unterstufe):
„Das Bilden mathematischer Modelle und das Erkennen ihrer Grenzen soll zu einem verantwortungsvollen Umgang mit Aussagen führen, die mittels mathematischer Methoden entstanden sind; ...“

Aus den didaktischen Grundsätzen (Mathematik LP – Oberstufe):
„... die maximale Realisierung in der ständigen Einbeziehung anwendungsorientierter Aufgaben- und Problemstellungen zusammen mit einer Reflexion des jeweiligen Modellbildungsprozesses hinsichtlich seiner Vorteile und seiner Grenzen.“

Zum anderen ist der Begriff aber auch Gegenstand aktueller fachdidaktischer und pädagogischer Veröffentlichungen. Stellvertretend dafür wollen wir ein Zitat von Heymann (vgl. Heymann 1997, S. 48) anführen:

„Der allgemeinbildende Mathematikunterricht sollte Schüler dazu befähigen, Mathematik auch dort zu ‘sehen’, wo sie bei flüchtiger Betrachtung unsichtbar

bleibt. Das Anwenden von Mathematik oder das 'mathematische Modellieren' bekommt damit eine besondere Bedeutung. Zwar lässt sich der Mathematikunterricht nicht durchweg von Anwendungsproblemen her und auf Anwendungsprobleme hin gestalten. Aber im herkömmlichen Mathematikunterricht kommen solche Probleme meist zu kurz: Sie dienen oft nur als 'motivierende' Einstiegsbeispiele oder werden in Gestalt realitätsfremder 'eingekleideter Aufgaben' an systematische Kurse angehängt.“

Wie man aufgrund dieser Darstellung des Modellbildungsbegriffes schon erkennen kann, gibt es eine sehr breite Vorstellung darüber wie man Modellbildung in den Unterricht einbinden sollte. Der Begriff der Modellbildung ist für sich genommen sehr komplex. Daher ist es unserer Meinung nach schwierig Modellbildung in diesem Sinn im Regelunterricht durchzuführen. Mit motivierten Schüler(inne)n kann man aber in diesem Sinne, z. B. in einem Wahlpflichtfach, arbeiten. Um Modellbildung mit Schüler(inne)n im Regelunterricht durchzuführen, ist es notwendig, gewisse Abstriche in den Anforderungen, etwa dem Grad der Offenheit von Beispielen, durchzuführen. Keinesfalls aber sollten dabei die Kernanliegen einer Modellbildung (Nachhaltigkeit, Entwicklung von Problemlösekompetenzen) zerstört werden. „Eingekleidete“ Aufgaben sollte man nicht als „reine“ Modellierungsaufgaben „verkaufen“, da die Motivation und v. a. die Nachhaltigkeit bei Schüler(inne)n durch diesen Aufgabentyp nicht gesteigert wird. Sinnvoller wäre es diesen Beispieltyp als Einstieg in das Thema zu wählen und sich danach weiter zu steigern, in dem die Angaben etwas „aufgeweicht“ werden. Durch schrittweise Steigerung des Schwierigkeitsgrades ist es möglich die Probleme von einem immer offeneren Standpunkt aus zu diskutieren. Beispiele für eingekleidete Aufgaben kann man in fast allen Schulbüchern finden.

Wir wollen also nicht verschweigen, dass natürlich auch „eingekleidete“ Aufgaben ihre Berechtigung im Mathematikunterricht besitzen. Denken wir beispielsweise etwa an Textaufgaben, die bei der Formalisierung zu Gleichungen mit Reziprok ausdrücken führen, die

schließlich wieder mit Hilfe der bedeutenden Strategie der Substitution gelöst werden.

So könnte man aber etwa dem Beispiel „Ein Kessel besteht aus einer Halbkugel mit aufgesetztem Zylindermantel. Wie sind seine Maße zu wählen, damit der Kessel mit Deckel bei gegebener Oberfläche O ein möglichst großes Volumen hat?“ (vgl. Geretschläger et al 2006), das im Wesentlichen auf die Wiedergabe von „Standardformeln“ (Zylinder, Kugel) abzielt, eine Modellierungsextremwertaufgabe aus Siller & Fuchs 2004 (S. 49) gegenüberstellen: „Eine Schwimmboje hat die Gestalt eines Drehkörpers (Drehzylinder mit Radius r und Höhe h) mit an beiden Seiten aufgesetzten Kugelsegmenten. Die Höhe der Kugelsegmente beträgt ein Drittel des Zylinderradius. Wie sind die Abmessungen zu dimensionieren, wenn das Gesamtvolumen 500 dm^3 betragen soll, und die Gesamtoberfläche möglichst klein sein soll?“

Vor allem aus Gründen der Testbarkeit hat man über den Begriff „Modellbilden“ im österreichischen Standards-Konzept sehr lange nachgedacht und schließlich auch so eng „definiert“. Dadurch ist es möglich diese Begrifflichkeit, die sich in Testungen ansonsten nur sehr schwer überprüfen lassen würde, auch konkret zu behandeln. Dennoch denken wir aber, dass Lehrer(innen) das Recht haben auf die im Standards-Modell formulierten Einschränkungen explizit hingewiesen werden.

Eine typische Aufgabenstellung zur Modellbildung findet sich in der Handreichung zum Standards-Konzept unter http://www.bifie.at/sites/default/files/publikationen/2007-05-09_BIST-M8.pdf (letzter Zugriff: 08.09.2008) auf S. 45:

Taschengeld

*Max erhält um fünf Euro mehr Taschengeld als Franz.
Aufgabe: Stelle dies durch eine Gleichung dar, in der du
die folgenden Variablen verwendest:*

m.....Taschengeldbetrag in Euro, den Max erhält

f.....Taschengeldbetrag in Euro, den Franz erhält

Lösung:

Lösung: $m = f + 5$ inkl. aller äquivalenten Umformungen dieser Gleichung

Die Lösung der Aufgabe findet sich in ebenfalls in Version 4/07 (S. 46) – darin kann man zur Handlungskompetenz Modellbilden lesen:

„Die Aufgabe verlangt die Übertragung eines verbal dargestellten Zusammenhangs in eine andere Darstellungsform (Gleichung). Insbesondere ist dabei eine Modellbildung, nämlich die Übertragung einer beschriebenen Ungleichheit in eine fiktive Gleichheit, die für die Gleichungsdarstellung benötigt wird, erforderlich.“

Aufgrund der angeführten Beschreibung wird unmissverständlich klar, warum Modellbilden und Darstellen so eng miteinander im Standards-Modell für die Sekundarstufe I verbunden sind. Wir beschreiben es so: Schüler(innen) müssen sich ein Modell für einen beschriebenen Sachverhalt erarbeiten und dieses mathematisch darstellen.

2 Darstellen, Modellbilden in Inhaltsbereichen

Wie in Abbildung 1 im Kapitel 1.1 schon erkennbar war, sind die Handlungsdimensionen mit den Inhaltsdimensionen eng verknüpft. Aus diesem Grund wollen wir die Handlungsdimension „Darstellen, Modellbilden“ in den unterschiedlichen Inhaltsdimensionen noch genauer betrachten.

Im Standards-Konzept Version 4/07 ist zu jedem einzelnen der 48 Knoten im Standards-Modell (vgl. Abbildung 1, Kapitel 1.1) ein Beispiel angeführt. Wir versuchen mit den hier angeführten Beispielen ohne Berücksichtigung der Komplexitätsdimension einen weiteren

Einblick in den Bereich „Darstellen, Modellbilden“ mit der jeweiligen Inhaltsdimension zu geben. Fragen nach der Komplexität der einzelnen Aufgaben wollen wir auch deshalb ausblenden, da Untersuchungen nach dem spezifischen individuellen Aufwand beim Erwerb mathematischer Fertigkeiten weitere zentrale fachdidaktische Diskussionen erforderlich machen würden (siehe dazu etwa Führer 1998), die wir in diesem Kontext für nicht angebracht bzw. nicht notwendig erachten.

2.1 Zahlen und Maße

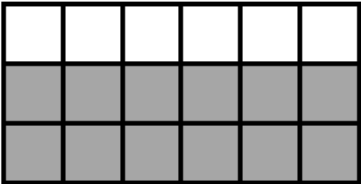
In der Inhaltsdimension II, Zahlen und Maße, liegt der Schwerpunkt der Handlungsdimension „Darstellen, Modellbilden“ eindeutig im Bereich „Darstellen“. Schüler(innen) sollen zeigen, dass sie befähigt sind, die Übertragung einer in Dezimalschreibweise angegebenen Zahl in eine andere mathematische Zahldarstellung (Bruchdarstellung, Prozentschreibweise) und umgekehrt zu vollziehen. Sie sollen also nachweisen, dass sie zwischen verschiedenen Darstellungen rasch wechseln können. Besonderes Augenmerk bei diesen Betrachtungen der Wechselbeziehungen unterschiedlicher Darstellungsformen kommt der Übertragung von symbolischen Darstellungen in grafische Darstellungen zu (vgl. Bruner 1976; vgl. Kautschitsch 1994).

In der bildungstheoretischen Orientierung, Standards-Konzept Version 4/07 (S. 17), kann man zu dieser Inhaltsdimension lesen: „In alltäglichen Lebenssituationen kann es hilfreich sein, verschiedene symbolische und grafische Darstellungsformen und Darstellungen von Zahlen und Größen zu kennen, aktiv und passiv zwischen ihnen wechseln zu können und sich deren Äquivalenz bewusst zu sein. Dies betrifft auf symbolischer Ebene vorrangig die Dezimaldarstellung (inkl. Prozent), die Bruchdarstellung, die Potenzschreibweise (Zehnerpotenzen mit Exponenten aus \mathbb{Z}) und die Rechnersyntax von Zahlen und Größen sowie auf grafischer Ebene Skalen-, Maßstabs-, Strecken- und Anteilsdarstellungen von Zahlen und Größen.“

Der Wechsel der Darstellungsform muss aber nicht nur von der symbolischen auf die grafische Ebene erfolgen, sondern kann ebenso umgekehrt erfolgen.

Ein charakteristisches Beispiel für diese Aufgabe im Zusammenhang mit der Handlungsdimension „Darstellen, Modellbilden“ könnte lauten:

In der dargestellten Figur sehen Sie einen schraffierten Bereich.



Stellen Sie den schraffierten Bereich in den dafür vorgesehenen Antwortkästchen sowohl als relativen Anteil der Gesamtfläche als auch in Prozentschreibweise (auf zwei Dezimalstellen) dar.

Lösung: $\frac{\square}{\square}$ $\square\square,\square\square\%$

2.2 Variable, funktionale Abhängigkeiten

In Erweiterung zur starken Konzentration auf den Aspekt des Darstellens in 2.1, bedient diese Inhaltsdimension „Darstellen“ und „Modellbilden“ in gleicher Weise. Wie vorhin im Beispiel bereits angedeutet, ist es notwendig, dass Schüler(innen) verbale, grafische oder andere Darstellungen in eine mathematische Form der Darstellung, z. B. Gleichung, Funktion, aber auch funktionale

Beschreibung überführen können. Umgekehrt ist es aber genauso wichtig, dass Schüler(innen) Funktionen oder funktionale Abhängigkeiten in einer anderen, z. B. einer grafischen, Repräsentationsform darstellen können. Der Begriff des Modellbildens ist hier seiner „ursprünglichen“ Bedeutung sehr nahe, da in diesem Inhaltsbereich unter Modellbildern die Übersetzung von alltagssprachlich formulierten Texten in die Sprache der Mathematik als Gleichung oder Funktion (siehe Aufgabe *Taschengeld*) verstanden wird. In der bildungstheoretischen Orientierung zu dieser Inhaltsdimension, Standards-Konzept Version 4/07 (S. 43), kann man lesen: „Funktionsgraphen findet man häufig in verschiedensten Medien. Das „Lesen können“ solcher Graphen, und zwar sowohl das Ablesen von Detailinformationen als auch das Erfassen eines globalen Verlaufs, ist dabei eine unverzichtbare Fähigkeit. Vielen Situationen liegt – manchmal nicht auf den ersten Blick erkennbar – die Struktur der linearen Funktion zugrunde. Um sich ein Bild machen zu können, muss diese Struktur erkannt werden (Modellbildung). Wer Berechnungen anstellen kann, wird manche Entscheidung adäquater treffen können; verständliche Argumentationen erfordern geeignete Darstellungen (Tabelle, Gleichung, Graph).

Direkte und indirekte Proportionalität liegen als Annahmen vielen Situationen unseres Alltags zugrunde. Sowohl das sichere Anwenden dieser Struktur in Berechnungen bzw. Abschätzungen als auch ein kritischer Zugang zu dieser Art von Modellierung sind wünschenswert – die mathematische Darstellung hilft sowohl beim kritischen Hinterfragen als auch beim Argumentieren.“

Ein Beispiel welches die Tätigkeit des „Darstellens, Modellbildens“ in der Inhaltsdimension Variable, funktionale Abhängigkeit charakterisiert, könnte so lauten:

Die Kosten eines Telefongesprächs sind von der Anzahl der Gesprächsminuten abhängig. Welcher der dargestellten funktionalen Abhängigkeiten beschreibt den Zusammenhang für ein Wertkarten-Handy mathematisch korrekt? Kreuzen Sie die richtige Antwortmöglichkeit an!

Die verwendeten Parameter lauten:

K ... Kosten des Telefongesprächs

p ... Kosten für eine Minute Gespräch

m ... Anzahl der Minuten

g ... Grundgebühr

Lösung:

$K(m) = p \cdot m$

$K(p) = p \cdot m$

$K(m) = p \cdot m + g$

$K(p) = p \cdot m + g$

$K(g) = p \cdot m + g$

Warnend wollen wir hier anmerken, dass es durch die starke Verknüpfung des Funktionsbegriffs mit der Tätigkeit des Darstellens zu einer Fixierung des Funktionsbegriffs im Sinne von Funktion = Graph oder Funktion = Tabelle bei Schüler(inne)n kommen kann, bei der zentrale Aspekte der Zuordnung „auf der Strecke bleiben“ könnte.

2.3 Geometrische Figuren und Körper

Geometrische Figuren und Körper entstehen über die Aktion des Zeichnens. Die Konstruktion von geometrischen Figuren und Körpern im Sinne des Standards-Konzepts hat allerdings nichts mit Darstellen zu tun, da die Konstruktion von Figuren und Körpern im Standards-Konzept in der Inhaltsdimension des „Operierens“ angesiedelt ist. Es handelt sich also nach raschem oberflächlichem Hinsehen nur um die korrekte, sinnvolle und effiziente Durchführung von

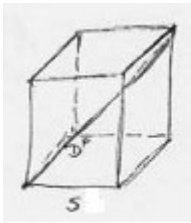
Konstruktionsabläufen. In diesem Zusammenhang wollen wir noch einmal auf die operative Begriffsbildung zurückgreifen, wobei Bender und Schreiber „...im Aufstellen und Ausführen von Herstellungsvorschriften eine wesentliche Konstituente im operativen Begriffsbildungsprozeß ...“ sehen. Bei Betonung von geometrischen Konstruktionsvorgängen in diesem Sinne legt der Geometrie-Unterricht nach Ansicht der Autoren sogar „... eine vortheoretische Basis für die Idee des Algorithmus ...“ (Bender & Schreiber 1985, S. 201) zugrunde.

Der Begriff des „Darstellens, Modellbildens“ ist daher auch in dieser Inhaltsdimension ganz zentral. Im Wesentlichen ist der Begriff dabei so aufzufassen, dass man die Schüler(innen) dazu befähigen soll, geeignete geometrische Objekte in bestimmten Situationen zu verwenden, d. h. mit geeigneten mathematischen Modellen zu arbeiten, und gegebene Sachverhalte mit bestimmten Eigenschaften in eine geometrisch-grafische Darstellung zu übersetzen. In der bildungstheoretischen Orientierung, Standards-Konzept Version 4/07 (S. 69), kann man dazu lesen: „... geometrischen Grundbegriffe (Anm.: Würfel, Quader, Prisma, Pyramide, Zylinder, Kegel, Kugel) sind Teil unserer Alltagssprache: Wir sprechen von einer „quaderförmigen Schachtel“, einem „quadratischen Tisch“ oder einem „rechteckigen Bildschirm“. Geometrisches Grundwissen ist jedoch nicht nur Voraussetzung für eine verständige Kommunikation in vielen Alltagssituationen, wir müssen – etwa beim Einrichten einer neuen Wohnung – Pläne lesen, Maßstabangaben interpretieren und eigene Entwürfe entsprechend darstellen können.“

Ein charakteristisches Beispiel für diese Inhaltsdimension im Bereich „Darstellen, Modellbilden“ könnte folgendermaßen aussehen:

Ermitteln Sie die wahre Länge der Raumdiagonale D eines Würfels mit der Kantenlänge $s = 5$ durch Konstruktion!

Die nachfolgenden Skizzen sollen als Anleitung dienen.



TRANSFER I



Schrägriss

Grund- und Aufriss

Beschreiben Sie eine mögliche Lösungsstrategie und führen Sie dazu eine Skizze an!

Lösung:

2.4 Statistische Darstellungen und Kenngrößen

Dieser Inhaltsbereich kombiniert mit „Darstellen, Modellbilden“ ist u. E. der für Schüler(innen) der Sekundarstufe I jener, der am schwierigsten umzusetzen ist. Sofern nämlich eine große Datenmenge vorliegt – und dies halten wir auch für sehr wesentlich – treten Fertigkeiten im Umgang mit Neuen Technologien zu den rein mathematischen Fähigkeiten hinzu. Die Schüler(innen) sind nämlich zusätzlich geradezu zwingend auf technische Unterstützung (z. B. Computer, grafikfähiger Taschenrechner) angewiesen, um in einer vorgegebenen Zeit ansprechende Ergebnisse zu liefern.

Im Bereich des „Darstellens“ wird man zwischen der tabellarischen und der grafischen Darstellung hin- und herwechseln bzw. kann man unterschiedliche grafische Schaubilder bei einer statistischen Auswertung gegenüberstellen und vergleichen. Ohne entsprechend fundierte Kenntnisse im Bereich der beschreibenden Statistik werden charakteristische Modellbildungen in diesem Bereich nicht durchgeführt werden können.

Die Aussage in der bildungstheoretischen Orientierung zu diesem Abschnitt, Standards-Konzept Version 4/07 (S. 95), unterstützt unsere Vermutung: „ „Aktive“ Handlungen wie Darstellen, Modellbilden [...] werden sich in alltäglichen Lebenssituationen auf eher einfache Situationen beschränken (oder technologieunterstützt durchzuführen sein); [...] Gelegentlich wird es auch in Alltagssituationen notwendig sein, die relative Häufigkeit als Interpretation/Modell für die Wahrscheinlichkeit zu kennen und anwenden zu können.“

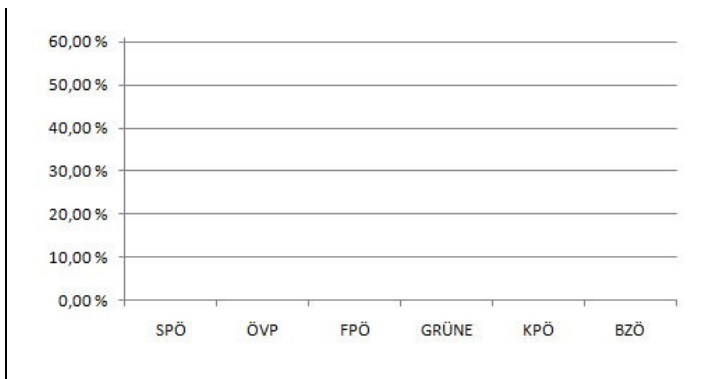
In dieser Inhaltsdimension könnte ein charakteristisches Beispiel wie folgt lauten:

Bei der Wiener Gemeinderatswahl 2005 lautete die Stimmenverteilung der einzelnen Parteien wie dargestellt (Quelle: http://www.gemeinebund.gv.at/rcms/upload/news/wien_wahl_popup_big_a.jpg – letzter Zugriff: 08.09.2008):

Parteien	Stimmen in Prozent
SPÖ	49
ÖVP	18,8
FPÖ	14,9
Grüne	14,7
KPÖ	1,5
BZÖ	1,2

Stellen Sie diese Stimmenverteilung in einem Säulendiagramm dar!

Lösung:



Eine weitere interessante Feststellung in diesem Beispiel könnte durch eine genaue Betrachtung der „Stimmen in Prozent“ auftauchen. Die Summe beträgt 100,1%. Dies könnte als Anlass genommen werden um mit Schüler(inne)n über Genauigkeitsfragen zu diskutieren (vgl. Siller & Maaß 2009 bzw. Siller & Maaß 2008).

Literatur

- Bender, P. & Schreiber, A. (1985): *Operative Genese der Geometrie*. In: Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik, Bd. 12. Wien und Stuttgart: Verlag HPT und B. G. Teubner.
- Blum, W. (1985): *Anwendungsorientierter Mathematikunterricht in der didaktischen Diskussion*. In: Math. Semesterber. 32 (2), S. 195-232.
- Blum, W. & Leiss, D. (2007): *How do students and teachers deal with mathematical modelling problems? The example "Filling up"*. In: Haines et al. (eds): *Mathematical Modelling (ICTMA 12): Education, Engineering and Economics*. Chichester: Horwood Publishing, S. 222-231.
- Bruner, J. (1976): *Prozeß der Erziehung*. Berlin/Düsseldorf: Pädagogischer Verlag Schwann.
- Fischer, R. & Malle, G. (1985): *Mensch und Mathematik*. Mannheim Wien Zürich: Bibliographisches Institut.
- Fuchs, K. J. & Blum, W. (2008): *Selbständiges Lernen im Mathematikunterricht mit ‚beziehungsreichen‘ Aufgaben*. In: Thonhauser, J. (Hrsg.):

- Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Münster: Waxmann, S. 135-147.
- Führer, L. (1998): *Rezension zu Mathematikunterricht in der SII, Band 1: Fachdidaktische Grundfragen – Didaktik der Analysis von Tietze, Klika, Wolpers*. In: ZDM 98/1, S. 7-11.
- Geretschläger, R., Griesel, H. & Postel, H. (2006): *Elemente der Mathematik 7*. Wien: Dornier Verlag.
- Heymann, W. (1997): *Mathematikunterricht und sein (möglicher) Beitrag zur Allgemeinbildung*. In: Pädagogik, H. 1, S. 46-49.
- Humenberger, H. & Reichel, H.-C. (1995): *Fundamentale Ideen der Angewandten Mathematik und ihre Umsetzung im Unterricht*. Mannheim: B.I. Wissenschaftsverlag.
- Kautschitsch, H. (1994): *Erfolgreiche Bilder durch Neue Medien*. In: Kadunz, G. et al. (Hrsg.): Trends und Perspektiven. Wien: Verlag Hölder-Pichler-Tempsky, S. 191-196.
- Mathematik Lehrplan AHS-Unterstufe*. Herausgegeben vom Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (BM:UKK), Wien 2000. http://www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_unterstufe.xml (letzter Zugriff: 27.08.2008).
- Mathematik Lehrplan AHS-Oberstufe*. Herausgegeben vom Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur (BM:UKK), Wien 2004. http://www.bmukk.gv.at/schulen/unterricht/lp/lp_ahs_oberstufe.xml (letzter Zugriff: 27.08.2008).
- Müller, G. & Wittmann, E. C. (1984): *Der Mathematikunterricht in der Primarstufe*. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg.
- Pollak, H. (1977): *The Interaction between Mathematics and Other School Subjects (Including Integrated Courses)*. In: Proceedings of the Third International Congress on Mathematical Education, Karlsruhe, S. 255-264.
- Schupp, H. (1987): *Applied mathematics instruction in the lower secondary level: between traditional and new approaches*. In: Blum, W. et al. (Hrsg.): Applications and modelling in learning and teaching mathematics. Chichester: Horwood, S. 37.
- Schweiger, F. (1992): *Fundamentale Ideen – Eine geistesgeschichtliche Studie zur Mathematikdidaktik*. In: JMD 13, Heft 2/3, S. 199-214.

- Siller, H.-S. & Fuchs, K. J. (2004): *Modellbilden bei Extremwertaufgaben*. In: Praxis der Mathematik, Heft 2/46. Jg., S. 49-54.
- Siller, H.-S. (2008): *Modellbilden – eine zentrale Leitidee der Mathematik*. In: Fuchs, K. J. (Hrsg.): *Schriften zur Didaktik der Mathematik und Informatik*. Aachen: Shaker Verlag.
- Siller, H.-S. & Maaß, J. (2008): *Fußball EM mit Sportwetten*. <http://mat.mued.de/lager/abdm/ab-08-03.pdf> (letzter Zugriff: 08.09.2008).
- Siller, H.-S. & Maaß, J. (2009): *Fußball EM mit Sportwetten*. In: Brinkmann, A. & Oldenburg, R. (Hrsg.): *Materialien für einen realitätsbezogenen Mathematikunterricht*. – Bd. 14. Hildesheim: Franzbecker, S. 95-113.
- Standards für die mathematischen Fähigkeiten österreichischer Schülerinnen und Schüler am Ende der 8. Schulstufe*. Version 4/07. Herausgegeben vom Institut für Didaktik der Mathematik – Österreichisches Kompetenzzentrum für Mathematikdidaktik – der Universität Klagenfurt, Klagenfurt 2007. http://www.bifie.at/sites/default/files/publikationen/2007-05-09_BIST-M8.pdf (letzter Zugriff: 08.09.2008).