

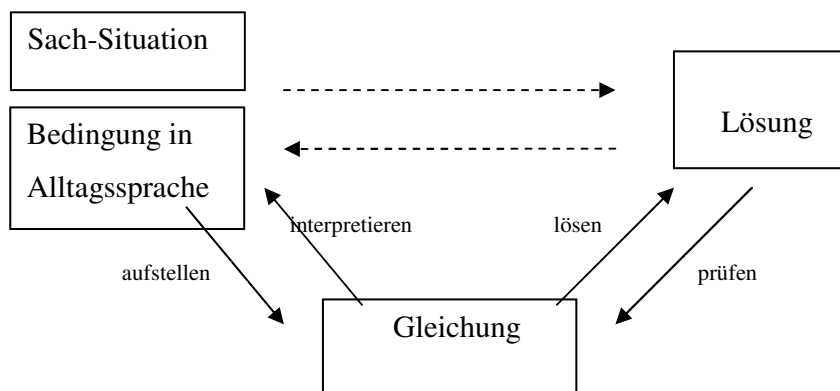
Nachdenken über den Inhaltsbereich „Variable, funktionale Abhängigkeiten“

Variablen und funktionale Abhängigkeiten sind sowohl in der Schulstufe selbst als auch als Basis für jedes vertiefte Verständnis von Mathematik in der Schule und darüber hinaus sehr wichtig. Wegen des enormen Umfangs dieses Inhaltsbereiches konzentrieren wir uns exemplarisch auf einen kleinen, aber zentralen Teil, nämlich lineare Gleichungen, für die sowohl Variablen als auch funktionale Abhängigkeiten wichtig sind. Das Verständnis linearer Gleichungen ist sehr zentral für das weitere Verständnis der Mathematik in Schule und Berufspraxis. Wer verstanden hat, was eine Variable ist und was eine Gleichung bedeutet, kann wesentlich mehr als nur für einige konkrete Fälle berechnen, wie groß x ist, wenn etwa $2x + 6 = 12$ gilt. Wer umgekehrt nur lernt, wie solche Aufgaben systematisch und mechanisch zu lösen sind, ohne Variablen und Gleichungen zu verstehen, hat im weiteren Mathematikunterricht und bei Anwendungen von Mathematik in der Berufspraxis immer wieder Schwierigkeiten. Wenn am Ende der 8. Schulstufe ein bestimmter Standard erreicht werden soll, gehören Lineare Gleichungen deshalb aus unserer Sicht zu den Stoffgebieten, in denen überprüft werden soll, ob bzw. in wie weit der geforderte Standard erreicht ist. In diesem Beitrag vergleichen wir die Lehrziele, Schulbuchinhalte und Schulbuchaufgaben mit vorliegenden Standards-Aufgaben dazu mit dem Ziel, herauszuarbeiten, welche Aussagekraft die Aufgaben in vorliegenden Standards-Tests im Hinblick auf die Frage haben, ob die Schüler(innen) zentrale Lernziele im Hinblick auf Lineare Gleichungen erreicht haben.

1 Welche Kompetenzen benötigen Schüler(innen), um Aufgaben aus diesem Themenfeld erfolgreich zu lösen?

Lineare Gleichungen sind gewissermaßen die einfachsten Gleichungen. An ihnen werden Kenntnisse und Fähigkeiten erworben, die für den Umgang mit Gleichungen insgesamt typisch sind: Verwendung von Variablen, Begriff "Lösung einer Gleichung", Begriff "Lösungsmenge einer Gleichung", Aufstellen von Gleichungen, Elementarumformungen, ...

Das folgende Schema ist insgesamt charakteristisch für die Thematik "Gleichungen":



Die Methode, in einer Sach-Situation eine Gleichung aufzustellen, diese mit algebraischen Methoden zu lösen und die Lösung dann wieder in der Sach-Situation zu interpretieren, ist die typische Vorgangsweise der angewandten Mathematik. In einfachen Situationen kann die Lösung aber häufig durch inhaltliche Überlegungen "direkt" gefunden werden, sodass manche Schüler(innen) gerne auf das Aufstellen und Lösen von Gleichungen verzichten bzw. dies als einen erzwungenen Umweg empfinden. Wer möchte schon eine Gleichung aufstellen, um die Frage zu beantworten, was das Doppelte von zwei ist? $2 \text{ mal } 2 = x!$

Gemäß dem dargestellten Schema sind folgende Kompetenzen erforderlich, welche selber wieder elementare Kenntnisse und Fähigkeiten voraussetzen:

- (1) *Eine in Alltagssprache formulierte Bedingung als Gleichung darstellen können.*
- (2) *Einen in einer Sachsituation vorliegenden Zusammenhang (etwa eine Preis-Mengen-Beziehung) als Gleichung darstellen können.*
- (3) *Eine Gleichung und ihren Bezug zu einer Sachsituation in der Alltagssprache interpretieren und erläutern können.*
- (4) *Eine Gleichung mit Hilfe von elementaren Umformungen lösen können.*
- (5) *Überprüfen können, ob eine Zahl Lösung der Gleichung ist.*
- (6) *Die Lösungsmenge einer Gleichung angeben können.*
- (7) *Die Lösung in Hinblick auf die Sachsituation interpretieren können.*

Diese Kompetenzen können in nahe liegender Weise den Handlungsbereichen des Kompetenzmodells folgendermaßen zugeordnet werden:

H1: Darstellen, Modellbilden: Eine in Alltagssprache formulierte Bedingung als Gleichung darstellen können. Einen in einer Sachsituation vorliegenden Zusammenhang als Gleichung darstellen können.

H2: Rechnen, Operieren: Eine Gleichung mit Hilfe von elementaren Umformungen lösen können. Überprüfen können, ob eine Zahl Lösung der Gleichung ist.

H3: Interpretieren: Eine Gleichung und ihren Bezug zu einer Sachsituation in der Alltagssprache interpretieren können.

H4: Argumentieren, Begründen: Dieser Handlungsbereich kann sich auf verschiedene der oben genannten sieben Kompetenzen beim Lösen von Gleichungen beziehen. Es kann und soll dafür argumentiert werden, dass und weshalb eine Darstellung bzw. ein Modell ein Sachsituation angemessen darstellt (oder nicht, wenn eine gemogelte Statistik aus der Zeitung analysiert wird). Wenn die Korrektheit einer Berechnung in Frage steht, muss sie begründet oder widerlegt werden. Es ist zu überlegen, was das Ergebnis einer Berechnung bedeutet, wenn ein Realitätsbezug erkennbar sein soll.

2 Zur Unterscheidung von Gleichung, Formel und Funktion

In ein und derselben Sachsituation können verschiedene Aspekte hervortreten bzw. gesehen werden. Diese sind häufig mit verschiedenen Begriffen bzw. Bezeichnungen verbunden und werden auf verschiedenen Schulstufen in den Vordergrund gestellt. Dies ist bei der Konzeption von Aufgaben zu beachten, die langfristig zur Verfügung stehende Kompetenzen überprüfen sollen. Im Bereich der Schulmathematik ist folgende (unscharfe!) Unterscheidung hilfreich:

Eine **Gleichung** enthält eine einzige Variable, deren Wert gesucht ist („Lösung der Gleichung“). Diese Variable kann natürlich mehrmals in der Gleichung vorkommen. Eine **Formel** beschreibt den Zusammenhang von Größen und enthält mehrere Variablen. Der algebraischen Tätigkeit des Lösen einer Gleichung entspricht das Umformen einer Formel; allerdings entsteht dabei im Allgemeinen eine höhere algebraische Komplexität.

Eine **Funktion** beschreibt den (eindeutigen) Zusammenhang zweier Größen, wobei zwischen einer „abhängigen“ und einer „unabhängigen“ Variable unterschieden wird und dies in der Schreibweise zum Ausdruck gebracht wird. Der „funktionale“ Aspekt beinhaltet eine dynamische Betrachtung und eine graphische Darstellung.

Zur Erläuterung fügen wir im Folgenden immer wieder *kursiv gedruckte Beispiele* aus Schulbüchern ein. Da es sich um typische Beispiele handelt, die sich in ganz ähnlicher Weise in vielen einschlägigen Büchern finden, haben wir sie nicht eigens als Zitate aus bestimmten Schulbüchern gekennzeichnet.

Ad Gleichung: Der Umfang eines Rechtecks beträgt 120 m, die Länge misst 40 m. Wie groß ist die Breite? Stelle dazu eine Gleichung auf und löse diese!

Ad Formel: Die Buchstaben l und b bezeichnen Länge und Breite eines Rechtecks. Stelle eine Formel für den Umfang U auf! Forme diese so um, dass du eine Formel zur Berechnung die Breite b erhältst!

Ad Funktion: Wir betrachten Rechtecke mit der Länge 10 (m) und der Breite b (m). Wie groß ist der Umfang? Wie ändert sich der Umfang, wenn die Breite um 1 m zunimmt? Stelle den Zusammenhang zwischen U und b graphisch dar!

3 Genauere Analyse der sieben Kompetenzen und Beschreibung mit Hilfe von Aufgaben

ad (1) Um eine in Alltagssprache formulierte Bedingung als **Gleichung** darstellen können, müssen Schüler(innen) Variable einführen und deklarieren können bzw. vorgegebene Variable verwenden können sowie syntaktische Regeln einhalten können (Klammern, Reihenfolge der Rechenoperationen, ...).

Aufgaben dazu finden sich in den Schulbüchern in großer Zahl, häufig verknüpft mit der Frage nach der Lösung der Gleichung. Die explizite Aufforderung, eine Gleichung aufzustellen und diese dann zu lösen, spiegelt die Tatsache wider, dass viele Schüler(innen) die gestellte Frage mit Hilfe elementarer Rechenoperationen sehr einfach beantworten können und daher von sich aus keine Algebra verwenden würden (Die durchzuführenden elementaren Rechenoperationen entsprechen natürlich den an der Gleichung durchzuführenden Umformungen). Aus didaktischer Sicht besser wäre es, Aufgaben zu

stellen, die ohne das Aufstellen von Gleichungen nicht leicht lösbar sind: dann wird die Gleichung als sinnvolles Mittel erkannt.

Negativ-Beispiele:

Das Dreifache einer Zahl ist um 30 größer als die Zahl selber. Stelle diese Bedingung als Gleichung dar! Von welcher Zahl ist die Rede?

Wenn man zu einer natürlichen Zahl ihren Nachfolger addiert, erhält man 51. Wie heißt die Zahl?

Ad (2) Offenbar ist die Abgrenzung zwischen (1) und (2) nicht scharf. Wer einen in einer Sachsituation vorliegenden Zusammenhang als Gleichung darstellen will, muss aber nicht nur den Text „übersetzen“. Zuerst muss herausgefunden werden, was als Gleichung dargestellt werden kann. Das kann ziemlich einfach aber auch anspruchsvoll sein.

Für einen Videorecorder im Wert von 300 € wird eine Anzahlung von 120 € geleistet. Der Rest wird in vier gleich hohen Monatsraten zu jeweils R € abbezahlt. Schreibe eine Gleichung an und berechne daraus die Höhe einer Monatsrate!

Neben den unter (1) aufgeführten Kompetenzen sind dazu manchmal Kenntnisse aus dem entsprechenden Sachbereich notwendig (z. B.: Zusammenhang zwischen Weg, Geschwindigkeit und Zeit). Für manche Problemstellungen (z. B. Prozentrechnung) sind in der Schulpraxis andere Lösungsschemata üblich, sodass die Verwendung von Gleichungen nicht zwingend ist (siehe unten).

Im Schlussverkauf wurde ein Pullover, der ursprünglich €72,- kostete, um €49,- angeboten. Um wie viel Prozent wurde der Preis reduziert?

Herr Jarosch verdient monatlich 2 380 €. Er hat sich ausgerechnet, dass er heute um ca. 30% mehr verdient als vor 10 Jahren. Berechne sein Gehalt vor 10 Jahren!

Ein Radfahrer fährt auf ebener Strecke mit einer Geschwindigkeit von 6 m/s. Wie lange braucht er für eine Strecke von 1200 m?

Zusätzlich könnte die Schwierigkeit auftauchen, sich die notwendigen Informationen erst (etwa aus einem längeren Text oder dem Internet) zusammensuchen zu müssen. Typischerweise sind diese Art von Aufgaben in Schulbüchern aber nicht vorhanden. Schulbuchaufgaben zeichnen sich im Allgemeinen dadurch aus, dass die Aufgabentexte kurz sind und genau jene Informationen enthalten, die für die Lösung notwendig sind.

Möglicherweise erfordert eine Sachsituation auch eine nicht standardmäßig vorhandene Modellbildung. Modellierung durch eine lineare Gleichung ist dabei oft die mathematisch einfachste Möglichkeit.

Zu diesem Aufgabenbereich findet sich in den Schulbüchern kaum Material in den Kapiteln über Gleichungen. Thematisiert wird das zumeist erst unter einem funktionalen Aspekt beim Thema „lineare Funktionen“.

Ad (3) Eine Gleichung in der Alltagssprache interpretieren zu können ist erst dann sinnvoll, wenn es um den Zusammenhang von Größen geht; also müsste im Sinne von oben genau genommen von der Interpretation einer Formel gesprochen werden. In der folgenden Schulbuchaufgabe hingegen wird der Begriff Gleichung verwendet.

In einer Schulklasse sind m Mädchen und b Buben. Es gelten die Gleichungen:

$$(1) \quad m + b = 24 \qquad (2) \quad m = 2b$$

Was sagt die Gleichung (1), was die Gleichung (2)?

Zu beachten ist, dass die Antworten (als Sätze der deutschen Sprache) nicht eindeutig sind: oft gibt es viele Möglichkeiten, einen Sachverhalt richtig auszudrücken. Daher sind auch Aufgaben denkbar, die verschiedene Antwortmöglichkeiten vorgeben und die Frage stellen: Welche der Antworten sind richtig?

Ad (4) Um eine Gleichung mit Hilfe von elementaren Umformungen lösen können, ist es erforderlich notwendige Umformungsschritte und

ihre Reihenfolge erkennen und diese Umformungsschritte richtig durchführen zu können.

Aufgaben zu dieser Kompetenz sind in den Schulbüchern in großer Zahl vorhanden. Vermutlich wird in vielen Schulklassen ein großer Teil der Unterrichtszeit zum Thema Gleichungen diesen Aufgaben gewidmet.

Der Arbeitsaufwand und die Komplexität des Lösungsvorgangs können aber auch bei der Einschränkung auf lineare Gleichungen sehr unterschiedlich sein. Das hängt von der Form der Gleichung, aber auch von den Koeffizienten ab. Die einfachsten Formen sind:

$$x + a = b \quad ax = b \quad ax + b = c \quad ax + b = cx + d$$

Dabei sind a , b , c , und d Formvariable, x ist jeweils gesucht. Sind die Koeffizienten Bruchzahlen, steigt die Schwierigkeit und in unserem Sinn damit auch die Komplexität der Aufgabe, weil neben den elementaren Umformungsregeln gleichzeitig die Rechenregeln für das Bruchrechnen beachtet werden müssen.

Für welche Zahl x gilt?

$$(1) \quad 3x + 2 = 17 \qquad (2) \quad 2x - 7 = 5x + 2$$

$$(3) \quad \frac{3}{4}x + \frac{2}{5} = -\frac{1}{3}x + 1$$

$$(4) \quad \frac{1}{3}(2x - 1) + \frac{2}{5}(3x + 2) = \frac{3}{4}x$$

Schließlich kann man unter linearen Gleichungen auch alle jene Gleichungen verstehen, die sich nach mehr oder weniger vielen Umformungsschritten schließlich als lineare Gleichung erweisen. Hier sind der algebraischen Komplexität kaum Grenzen gesetzt.

Ermittle die Lösungen folgender Gleichung:

$$(1) \quad \frac{2}{x} - \frac{3}{2x} = 2$$

$$(2) \quad (2z + 1)^2 - 3z^2 = (z + 1)^2$$

$$(3) \quad \sqrt{a + 2} - \sqrt{a - 3} = 1$$

Tatsächlich finden sich Aufgaben des Typs (1) und (2) zahlreich in den Schulbüchern.

Ad (5) Wer überprüfen will, ob eine Zahl Lösung der Gleichung ist, muss eine Variable als Platzhalter verstehen können und eine Gleichung als Aussageform verstehen können, die durch Belegung der Variablen zu einer wahren oder falschen Aussage wird.

Aufgaben dazu finden sich in den Schulbüchern fast nur am Anfang des Themas lineare Gleichungen; später bleibt oft die Forderung, die Probe zu machen...

Von unserer Warte aus ist dies zu bemängeln, weil damit ein aus mathematischer Sicht wichtiger Aspekt verloren geht.

Überprüfe, welche der Zahlen in der Menge $M = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, \}$ Lösungen der Gleichung sind!

$$(1) \quad 3b - 2 = 7 \quad (2) \quad \frac{6}{a - 1} = \frac{9}{a}$$

$$(3) \quad \frac{2}{3}c + 1 = \frac{2c + 3}{3}$$

Ad (6) Um die Lösungsmenge einer Gleichung angeben können, müssen die Schüler(innen) wissen, was der Begriff Lösungsmenge bedeutet und die Mengenschreibweise verwenden können.

Die Frage, wie bedeutsam diese Kompetenz in der Schulmathematik ist, wird unterschiedlich beurteilt. Die Mehrheit der Schulbuchautoren wendet der Thematik „Lösungsmenge“ keine große Aufmerksamkeit zu; häufig werden sprachliche Formulierungen verwendet, die auf die

Mengensprache verzichten: („Die Gleichung besitzt keine Lösung“; „jede natürliche Zahl ist Lösung dieser Gleichung“; ...)

In jedem Fall ist aber eine geeignete Beschreibung der „Menge der Lösungen“ notwendig, wenn eine Gleichung nicht eine eindeutige Lösung besitzt!

Ad (7) Dazu wird ausführlich im Beitrag von Fuchs und Siller über Modellieren in diesem Heft argumentiert.

4 Zum Handlungsbereich „Argumentieren, Begründen“

Begründen und Argumentieren bezogen auf einen Inhaltbereich kann stets zweierlei bedeuten, nämlich die Begründung eines Sachverhalts mit den Mitteln (Begriffen, Sätzen, Methoden) dieses Inhaltsbereichs, also etwa der Beweis eines Satzes aus der Geometrie mit schon bewiesenen geometrischen Sätzen, oder die Begründung eines zu diesem Inhaltsbereich passenden Sachverhalts: Die Anwendung geometrischer Sätze auf reale Situationen, etwa die Berechnung der Menge Farbe, die gebraucht wird, um einen Raum neu auszumalen. Wie immer stellen sich bei Begründungsaufgaben Fragen wie: Was ist als Argumentationsbasis zugelassen? Wie explizit sind die Begründungsschritte anzugeben? Welcher Grad von Formalisierung wird erwartet? Und so weiter...

Begründe: Jede natürliche Zahl ist der Mittelwert aus ihren beiden Nachbarn (Vorgänger, Nachfolger).

Zum Preis P einer Ware wird 20% Mehrwertssteuer aufgeschlagen. Begründe, dass für den zu zahlenden Verkaufspreis V gilt: $V = 1,2 \cdot P$

5 Zu den Aufgaben im Standardskonzept Version 4.07

Nach unserem Eindruck entspricht die Gewichtung der Aufgaben in dieser Version nicht der von uns als hoch eingeschätzten Bedeutung des Verständnisses Linearer Gleichungen. Keine einzige Aufgabe

gehört vollständig in diesen Inhaltsbereich. Eine Aufgabe (S. 45) fordert das Interpretieren einer linearen Gleichung in zwei Variablen. Zwei Aufgaben (S. 47 und S. 59) sind dem Thema „lineare Funktionen“ zuzuordnen. Eine Aufgabe (S. 53) befasst sich mit dem Umformen einer Formel, die eigentlich linear ist.

Nun sind die Aufgaben in dieser Version nicht mit den tatsächlichen Testaufgaben identisch. Wir fordern deshalb an dieser Stelle, dass die Testaufgaben der Bedeutung linearer Gleichungen besser Rechnung tragen und dass alle hier angedeuteten Dimensionen durch die Aufgaben abgeprüft werden. Ein realitätsbezogenes Beispiel führen wir am Ende dieses Beitrages an.

6 Lineare Gleichungen in anderen Stoffgebieten

Wenn etwa nach der Lösung der Gleichung $2 \cdot x + 7 = -21 + 9 \cdot x$ gefragt wird, so ist die Zuordnung zum Stoffgebiet der Aufgabe eindeutig zu erkennen. Es gibt ein klares Konzept von Regeln, nach dem Schüler(innen) versuchen werden, die Lösung der Gleichung zu ermitteln.

Schwieriger wird es, wenn eine Aufgabe mit Hilfe einer linearen Gleichung gelöst werden kann, aber genauso durch den Einsatz anderer Methoden. Dies kann speziell in einigen Anwendungsbezügen passieren. Obwohl vielleicht bei der Erstellung der Aufgabe die Intention war, auch das Lösen von Gleichungen einzubeziehen, kann es sein, dass Schüler(innen) dem Unterricht gemäß oder wegen einer Vorliebe für eine bestimmte Methode einen anderen Weg zur Lösung der Aufgabe durchführen.

Im Folgenden wird an einigen ausgewählten Inhalten des Mathematikunterrichts thematisiert, dass unterschiedliche Zugänge möglich sind und es verschiedene Gründe für das Einschlagen eines bestimmten Weges geben kann.

6.1 Prozentrechnen

Die Einführung in das Prozentrechnen erfolgt in der zweiten Klasse.

Grundlage für übliche Aufgaben ist häufig die Formel $W = \frac{p}{100} \cdot G$

(Berechnung des Prozentwerts W aus dem Prozentsatz p und dem Grundwert G) bzw. Kenntnisse in Berechnungen zum direkten Verhältnis („Schlussrechnung“).

Die beiden Methoden gegenübergestellt zur Berechnung von 30% von 240 €:

$W = \frac{30}{100} \cdot 240 = 72 \text{ €}$	Prozent	Euro
	100	240
	1	$240 : 100 = 2,4$
	30	$2,4 \cdot 30 = 72$

Umkehraufgaben könnten zur Verwendung von linearen Gleichungen führen:

Der Betrag 48 € ist 32% des Gesamtbetrags. Berechne den Gesamtbetrag!

Nahe liegend wäre die Lösung mit der Ausgangsformel über eine

Gleichung: $48 = \frac{32}{100} \cdot G$

Durch Umformung der Gleichung ergibt sich

$$G = 48 : \frac{32}{100} = 48 \cdot \frac{100}{32} = 150 \text{ €}$$

Die Umkehraufgabe wird üblicherweise in den Schulbüchern nicht durch Aufstellen und Umformen einer Gleichung gelöst, sondern es wird dafür entweder eine neue Formel angegeben oder es wird wiederum im direkten Verhältnis gelöst.

Formel zur Berechnung des Grundwerts G aus p und W: $G = \frac{W \cdot 100}{p}$

Lösung der Aufgabe:	Prozent	Euro
$\frac{48 \cdot 100}{32} = 150$	32	48
	1	$48 : 32 = 1,5$
Schüler(innen) werden häufig angehalten, die Formeln für die jeweilige Umkehrung	100	$1,5 \cdot 100 = 150$

(Berechnung von p bzw. Berechnung von G) auswendig zu lernen und jeweils nach der Fragestellung die richtige Formel auszuwählen.

Gründe für diese Vorgangsweise könnten sein, dass man in der zweiten Klasse die Verbindung von Schwierigkeiten in der Prozentrechnung und beim Lösen von Gleichungen vermeiden möchte. Günstig wäre zumindest eine Erweiterung auf diese Methoden in der darauf folgenden Altersstufe.

6.2 Proportionen

Je nach Einführung gibt es verschiedene Lösungsmöglichkeiten für Aufgaben mit Verhältnissen mit bzw. ohne Gleichungsdarstellung, wie die folgende Aufgabe zeigt:

Breite und Höhe des Bildschirms eines Fernsehers verhalten sich wie 16 : 9, die Breite beträgt 72 cm. Berechne die Höhe h!

Aus dem Verhältnis 16:9 folgt, dass bei Aufteilung der Breite auf 16 gleich lange Teile die Höhe dementsprechend 9 Teile gleicher Länge hat. Die Länge eines Teils beträgt $72 : 16 = 4,5$ cm für die Breite so wie für die Höhe. Damit kann man die Höhe ermitteln: $h = 9 \cdot 4,5 = 40,5$ (cm).

Lösung mit Hilfe einer linearen Gleichung:

Zunächst wird eine Proportion aufgestellt und über die Bruchdarstellung in eine Gleichung umgewandelt: $16 : 9 = 72 : h$

Mit der Bruchschreibweise $\frac{16}{9} = \frac{72}{h}$ gelangt man zur Gleichungsdarstellung $16 \cdot h = 72 \cdot 9$

Berechnung der Lösung der Gleichung: $h = \frac{72 \cdot 9}{16} = 40,5 \text{ (cm)}$.

6.3 Funktionen

Funktionen können im Schulunterricht in der gewohnten Schreibweise etwa als lineare Funktionen auftreten. Auch Zeit-Ort-Funktionen werden häufig behandelt. Die Gleichungsdarstellung tritt oft in der Umkehraufgabe zur Berechnung von Funktionswerten auf. Ein Funktionswert ist gegeben und daraus soll das Argument berechnet werden.

Ein PKW fährt mit 120km/h auf der Westautobahn bei Salzburg in Richtung Wien, 30km vor ihm ein LKW mit 80km/h.

a) *Ergänze die Tabelle und beschreibe die Entfernung jedes Autos von Salzburg in Abhängigkeit von der Fahrzeit t!*

Zeit t (h)	E_{PKW} (km)	E_{LKW} (km)
0	0	30
0,5	60	70
1		
1,5		
t		

b) *Zeichne die s-t Graphen im Zeitintervall von 0 bis 2 Stunden!*

c) *Wann und wo überholt der PKW den LKW? Rechne und überprüfe in der Zeichnung!*

Nach dem Aufstellen der Funktionsterme für die Entfernungen ergibt sich die Lösung von c) durch die Gleichung:

$$120 \cdot t = 80 \cdot t + 30 \quad t = \frac{3}{4}$$

Das Aufstellen und Gleichsetzen der beiden Terme hat automatisch zu einer linearen Gleichung geführt. Es wird gerade im Bereich der Funktionen leicht möglich sein, geeignete Standardaufgaben zu finden, die auch Wissen über lineare Gleichungen abfragen. Außerdem sollte sich hier in der 8. Schulstufe schon einige Geläufigkeit in der Behandlung von Gleichungen gebildet haben.

Zusammenfassend halten wir fest: Das Verwenden von Gleichungen beim Lösen von Aufgaben wird abhängig vom Stoffgebiet und von der Aufgabenstellung sein. Es gibt eine Entwicklung in der Verwendung verschiedener Lösungsformen. In den unteren Klassen werden eher weniger Gleichungen verwendet, später ist diese Darstellung schon vertrauter und wird dementsprechend öfter eingesetzt.

Zusammenfassend möchten wir die These vertreten, dass die Schüler(innen) zum Abschluss der Sekundarstufe I verstanden haben sollten, dass lineare Gleichungen **eine** Beschreibungs- und Lösungsmöglichkeit für alle in diesem Abschnitt erwähnten Aufgabentypen sind.

7 Beispiel für eine Modellierungsaufgabe

Wir wollen unseren Beitrag mit einem konstruktiven Vorschlag beenden. Die folgende Aufgabe könnte die Überprüfung geforderter Kompetenzen erweitern und ergänzen, ohne die bisherigen Aufgaben zu ersetzen. Wenn sie als Einstieg in ein Unterrichtsprojekt genommen wird, wie bereits mehrfach vorgeschlagen wurde, sollen die Fragestellungen selbstverständlich offener formuliert werden. Ganz bewußt enthält der zitierte Text viel mehr Informationen, als dann gebraucht werden – das Aussortieren bzw. Herausfinden der relevanten Information ist im realen Leben eine der wichtigsten Aufgaben überhaupt und soll deshalb in der Schule gelernt und geübt werden.

Otto Normalverbraucher, ein freundlicher Rentner aus unserer Nachbarschaft kommt im August 2008 zu Besuch und bittet um Hilfe: „Soll ich das Angebot für den günstigen Handytarif nutzen? Derzeit zahle ich 0 Euro Grundgebühr und 4 Cent in alle Netze!“ Er hat die wichtigsten Daten über das Angebot aus der Werbung im Internet mitgebracht.

„Bei Neuanschaffung bis 30.09.2008 beträgt die monatliche Grundgebühr bis 31.12.2008 EUR 9,- statt EUR 19,-. 0 Cent für Anrufe in alle Netze für insgesamt 1000 Min. Zusätzlich stehen nach Verbrauch 4000 Min. intern sowie zur Mailbox zur Verfügung. Danach 10 Cent pro Min. Taktung 60/30.

Aktion keine Aktivierungsgebühr gültig für alle Tarife bei Erstanmeldung bis 30.09.2008. Mindestvertragsdauer 24 Monate, ausgenommen SIM-Only (6 Monate).

SMS Sparpaket, Voll.Net: Mindestvertragsdauer 18 Monate, ausgenommen SIM-Only (6 Monate). Auslandsoptionen: Mindestvertragsdauer: 6 Monate. Aktivierungsgebühr wird auf eine der nächsten Rechnungen gutgeschrieben.

Aktion gültig bei Erstanmeldung bis 30.09.2008. Bei Anmeldung und vorheriger, gleichzeitiger oder nachfolgender Kündigung einer Rufnummer während des Aktionszeitraumes plus 30 Tage werden 99,- Euro nach verrechnet.

In den ersten 12 Monaten der Mindestvertragsdauer (MVD) ist ein Wechsel auf einen Tarif mit geringerer Grundgebühr, Mindestgesprächssumsatz sowie Aktionstarif nicht möglich, danach kostenlos, ausgenommen Sim-Only (6 Monate). Der Tarifwechsel ist mit einer Mindestvertragsdauer von 18 Monaten verbunden, ausgenommen Sim-Only (6 Monate).

Die € 40,- Webbonus werden auf 6 Monate verteilt gutgeschrieben.

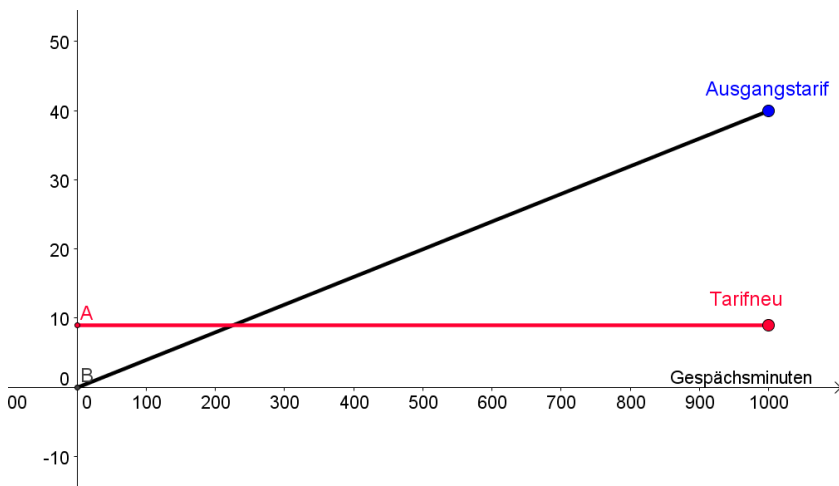
Im Falle einer Auflösung des Vertrages innerhalb der Mindestvertragsdauer wird der monatliche Mindestgesprächssumsatz

bis zum Ablauf der Mindestvertragsdauer in Rechnung gestellt. Taktung 60/30“.

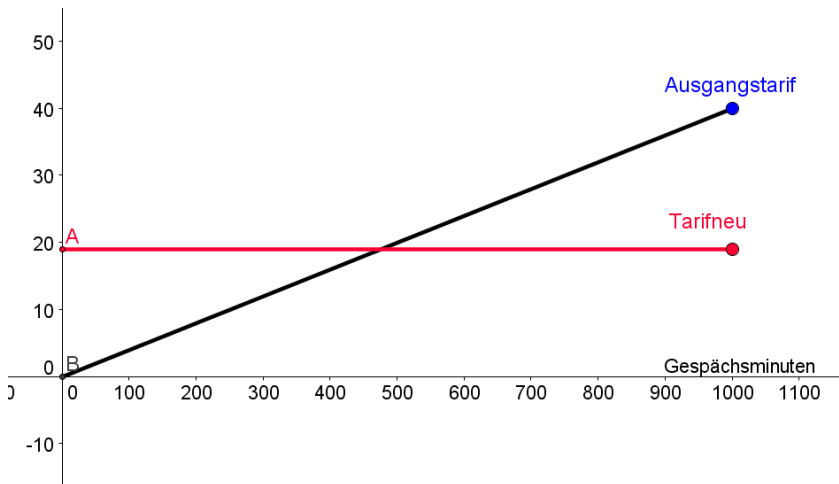
Leider weiß unser Nachbar nicht genau, wie viel er pro Monat telefoniert. Er schreibt aber sicher keine SMS und führt immer nur wenige, aber ganz lange Gespräche. Also beschließen wir, beide Tarife in einer anschaulichen Grafik dazustellen, um ihn zu beraten. Dazu beschränken wir uns auf den Monat Oktober als Beispiel und nehmen an, dass er in dieser Zeit monatlich weniger als 1000 Minuten telefoniert.

Betrachte die drei folgenden Schaubilder, wähle das Richtige aus und lies aus diesem Schaubild ab, zu welchem Tarif wir unserem freundlichen Nachbarn raten sollen:

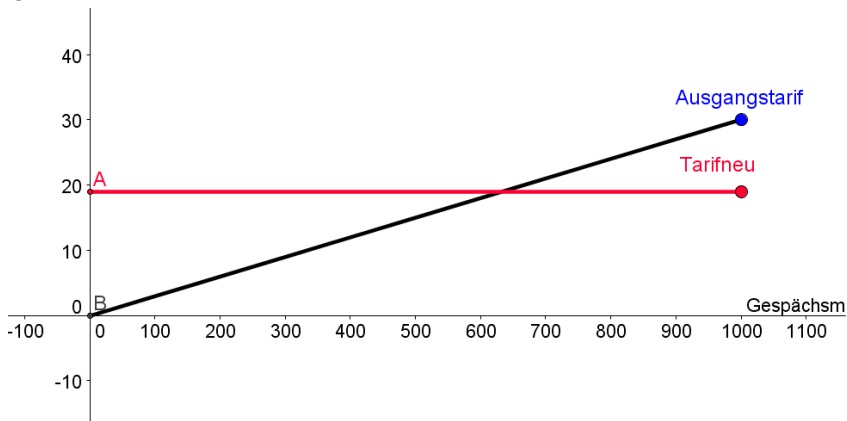
A



B



C



Welcher Ratschlag stimmt? Kreuze den richtigen Ratschlag an.

O Grafik A ist richtig. Deshalb: Zum neuen Tarif wechseln, wenn der Nachbar weniger als 225 Minuten im Monat telefoniert

O Grafik B ist richtig. Deshalb: Zum neuen Tarif wechseln, wenn der Nachbar weniger als 475 Minuten im Monat telefoniert

O Grafik C ist richtig. Deshalb: Zum neuen Tarif wechseln, wenn der Nachbar weniger als 633,33 Minuten im Monat telefoniert

O Grafik A ist richtig. Deshalb: Zum neuen Tarif wechseln, wenn der Nachbar mehr als 225 Minuten im Monat telefoniert

O Grafik B ist richtig. Deshalb: Zum neuen Tarif wechseln, wenn der Nachbar mehr als 475 Minuten im Monat telefoniert

O Grafik C ist richtig. Deshalb: Zum neuen Tarif wechseln, wenn der Nachbar mehr als 633,33 Minuten im Monat telefoniert

Als Zusatzaufgabe für eine offene Aufgabenstellung schlagen wir vor:

a) Begründe deine Wahl!

b) Berechne den richtigen Wert für einen Tarifwechsel!

Wenn das Beispiel als Thema für den Unterricht genutzt wird, gehören Datenbeschaffung, Modellierung der nachfragenden Person, Komplexitätsentscheidungen (nehmen wir SMS oder Taktung hinzu etc.?) und vieles mehr hinein.