Zehnteilung einer Strecke und ein pythagoreisches Dreieck

Alois STEINBERGER

Es ist gut möglich, dass nachstehende Konstruktion schon lange bekannt ist und in vielen älteren Büchern zu finden ist. Da sie aber verblüffendnd einfach ist, lohnt es sich, die mögliche Wiederentdeckung bekannt zu machen.

Man zeichne eine Strecke $\overline{AB}$ mit der Länge a. Vom Mittelpunkt M dieser Strecke aus zeichne einen Halbkreis mit Radius $\frac{a}{2}$. Vom Punkt *A* ausgehend errichte man das Lot auf die Seite, wo sich der Halbkreis befindet. Im Abstand a liege der Punkt *N* auf dem Lot. Man zeichne den Kreis mit Mittelpunkt *N* und Radius *a*. Dies ergibt den Schnittpunkt *S* mit dem Halbkreis. Die zur Geraden durch *A* und *N* parallele Gerade durch *S* schneide die Strecke $\overline{AB}$ im Punkt *F*. Nun zeigt sich:

Die Länge der Strecke $\overline{FS}$ ist $\frac{2a}{5}$ und daher ist $\frac{a}{2} - \frac{2a}{5} = \frac{a}{10}$ und das Dreieck *MFS* ist das wohl älteste pythagoreische Dreieck mit den Seitenverhältnissen *3 : 4 : 5*.

Man kann sich davon auf mindestens zwei verschiedenen Wegen überzeugen. Sei β der Winkel $\angle$ AMN, dann ist $\tan\beta = 2$. Sei α der Winkel $\angle$ SMB, so ist $2\beta + \alpha = \pi$. Daher ist $\tan\alpha = \frac{4}{3}$ und letztlich $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ und $\cos\alpha = \frac{3}{5}$. Ein anderer Weg wäre, den Schnittpunkt der beiden Kreise $\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 = \frac{a^2}{4}$ und $x^2 + (y-a)^2 = a^2$ auszurechnen. Dieser ist $\left(\frac{4a}{5}, \frac{2a}{5}\right)$.